

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**МКОУ "Погорельская СОШ"  
Шадринского муниципального округа Курганской области**

РАССМОТРЕНО

На заседании  
педагогического совета

Протокол №2 от 31.08.2023

УТВЕРЖДЕНО

Директор школы

Кощев М.М.

Приказ № 119А от  
31.08.2023 года

**ПРОГРАММА  
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА  
«Стереометрические рифы»**

**по курсу «Геометрии для 11 класса»  
на 2023 - 2024 учебный год**

**Составитель:**

учитель математики Кощев М.М.

2023г.

## **Пояснительная записка**

Предметом данного элективного курса является достаточно сложный раздел школьной программы – геометрия. Предлагаемая программа элективного курса «Стереометрические рифы» предназначена для учащихся 11 классов и направлена на углубление, обобщение знаний и умений учащихся, а также на расширение знаний учащихся с одним из важнейших направлений развития современной математики – стереометрией.

В старших классах углубление основного курса выполняет функции подготовки к продолжению образования и к сдаче экзамена по математике в форме ЕГЭ. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно – теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся.

Как показывает практика, геометрические задачи вызывают наибольшие затруднения у многих учащихся при сдаче ЕГЭ по математике. Это объясняется, прежде всего, тем, что редко какая либо задача по геометрии может быть решена с использованием определённой теоремы или формулы. Большинство задач требует применения разнообразных теоретических знаний, доказательства утверждений, справедливых лишь при определенном расположении фигуры, применение различных формул. Приобрести навык в решении задач можно, лишь решив достаточно большое их количество, ознакомившись с различными методами, приёмами и подходами.

Программа для общеобразовательных школ по геометрии не акцентирует внимание на методах решения задач, особенно на их частные случаи.

Искусство же решать задачи основывается на хорошем знании теоретической части курса, знании достаточного количества геометрических фактов, в овладении определённым арсеналом приёмов и методов решения геометрических задач.

Методы решения геометрических задач обладают некоторыми особенностями, а именно: большое разнообразие, трудность формального описания, взаимозаменяемость, отсутствие чётких границ области применения.

Поэтому целесообразно рассмотреть применение подходов, приёмов, методов при решении конкретных задач и выделить этот материал отдельным курсом.

Предлагаемый элективный курс, позволяет создать целостное представление о теме и значительно расширить спектр задач, благодаря пониманию методов, приёмов решения задач.

### **Структура программного содержания на занятиях по курсу проведена по алгоритму:**

1. обобщение первоначальных знаний;
2. систематизация, конкретизация и углубление теоретических знаний;
3. проектирование и организация практической деятельности учащихся по применению базисных знаний.

Такая структура программного материала, помогает ученику достигать поставленных перед ним дидактических задач и позволяет осуществлять интеграцию разных видов и форм обучения. При организации учебно-познавательной деятельности, большое значение, имеет обратная связь: внутренняя при взаимоконтроле, самоконтроле и внешняя. Новизна программы состоит в том, что значительное место отведено решению задач, отвечающих требованиям ЕГЭ и повышенной сложности. В данном элективном курсе следует выделить два главных направления:

1. Знакомство школьников с основными методами решения задач стереометрии.
2. Расширить представление учащихся о методах, приемах, подходах решения задач по стереометрии в системе предпрофильной и профильной подготовки.

**Цель курса:** состоит в формировании теоретических знаний и расширении представлений учащихся о методах и приемах решения задач по стереометрии, развития логического аппарата учащихся, позволяющего строить логические цепи рассуждений для дальнейшего осознанного и обоснованного решения задач, делать выводы о выборе решения, анализировать и оценивать полученные результаты. Облегчить подготовку учащихся к экзаменам, как в школе, так и при поступлении в общеобразовательные учреждения после окончания школы.

**Задачи курса:**

**Общеобразовательные:**

- Познакомить учащихся с некоторыми теоремами планиметрии и свойствами фигур, не рассматриваемыми в курсе геометрии 7-9 классов.
- Формирование у учащихся верного и наглядного изображения пространственных фигур на плоскости;
- Выработка умений корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения любой геометрической задачи;
- Знакомство учащихся с различными методами решения геометрических задач; а) методом опорного элемента; б) методом площадей; в) методом введения вспомогательного параметра; г) методом подобия; д) методом дополнительного построения;
- Вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объёмы тел и их простейших комбинаций, строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;
- Умение «видеть» и находить расстояния между точками, прямыми и плоскостями в различных геометрических комбинациях.
- Совершенствование навыков решения задач;
- Организация работы с дополнительной литературой;
- Знакомство учащихся с элементами исследовательской деятельности.

**Развивающие:**

- Развитие пространственного воображения, умения представлять геометрический объект;
- Развивать обще учебные умения учащихся, логическое мышление, алгоритмическую культуру, математическое мышление и интуицию, повысить их уровень обученности;
- Развивать творческие способности школьников.

**Воспитательные:**

- Воспитывать ответственность, самостоятельность, настойчивость, критичное отношение к себе, культуру умственного труда;
- Формировать качества мышления, необходимые для продуктивной жизни в обществе;
- Воспитывать навыки общения со сверстниками, навыки работы в команде, навыки осознания своего вклада в общий проект.

### **Контролирующие:**

- Проверить качество знаний и умений учащихся по геометрии, их готовности к сдаче ЕГЭ.

### **Место курса в системе профильной подготовки.**

Курс направлен на профильную подготовку по математике. Он расширяет и углубляет базовый курс по геометрии, является предметно ориентированным, дает возможность учащимся познакомиться с различными методами, приемами решения задач по геометрии.

Данный элективный курс будет способствовать совершенствованию и развитию знаний и умений по Геометрии, даст возможность учащимся проанализировать свои способности к математической деятельности.

### **Требования к знаниям и умениям учащихся.**

#### **должны знать/понимать:**

- основные теоретические положения, аксиомы и теоремы стереометрии, признаки и свойства геометрических фигур;
- принципы построения стереометрических чертежей на плоскости и в пространстве;
- формулы площадей поверхностей многогранников и объемов пространственных фигур ;
- случаи взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве;
- основные методы и алгоритмы решения задач по стереометрии на доказательство, построение и расчет;

#### **должны уметь:**

- правильно анализировать и исследовать условие задачи, логически мыслить, рассуждать, делать умозаключение, логически обосновывать собственное мнение, аргументировать полученные результаты;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- решать планиметрические и стереометрические задачи по всем изученным темам нахождение длин, углов, площадей, объемов, отношений, выполняя грамотный стереометрический чертеж к задаче, строить сечения пространственных фигур;
- умения решать геометрические задачи различными методами;
- выбирать наиболее рациональный метод решения;
- в сложных задачах использовать вспомогательные задачи;
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- работать с различными источниками информации;
- использовать символический язык для записи решений геометрических задач.

**должны использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- вычисления площадей поверхностей и объемов пространственных тел, при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства, описания реальных ситуаций на языке геометрии;
- расчетов, включающих простейшие тригонометрические формулы; решения геометрических задач с использованием тригонометрии;
- решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства); построений геометрическими инструментами (линейка, циркуль, транспортир).

Административной проверки усвоения материала курса «Стереометрические рифы» не предполагается. В технологии проведения занятий осуществляется обратная связь при взаимоконтроле и самоконтроле.

Программа элективного курса рассчитана на 34 часа (1 ч. в неделю).

### **Формы организации учебных занятий**

Предполагается использование индивидуальной, групповой и коллективной работы учащихся с использованием различных форм активного обучения: игры, учебные исследования, дискуссии, семинары, дебаты, беседы с элементами обсуждения, практикумы, коллективное исследование поставленной проблемы, доклады учащихся, проектные занятия, оформление творческих работ и мини проектов.

### **Формы контроля, проведения итогов реализации элективного курса.**

Текущий контроль: самостоятельные работы, тесты, практические работы.

Тематический контроль: самостоятельные работы, зачеты, мини проекты, творческие и исследовательские работы учащихся.

Итоговый контроль: итоговая контрольная работа, защита проекта.

## **Содержание элективного курса**

( всего 34 часа)

### **Тема 1. Обобщение курса планиметрии (4 часа).**

Многоугольники, основные свойства медиан, биссектрис, высот в равнобедренных, равносторонних, прямоугольных треугольниках, формулы площадей многоугольников, вписанные и описанные многоугольники и окружности, теоремы о касательной и окружности, о четырёхугольниках и окружностях.

Решение опорных задач планиметрии

Решение задач координатно-векторным способом.

### **Тема 2. Параллельность и перпендикулярность в пространстве (3 часа).**

Изображение пространственных фигур на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве, их взаимное расположение в пространстве.

Угол между скрещивающимися прямыми, угол между прямой и плоскостью.

Расстояние и углы в пространстве.

### **Тема 3. Расстояния и многогранники в задачах (8 часов).**

Нахождение расстояния от точки до прямой.

Нахождение расстояния от точки до прямой координатным методом.

Нахождение расстояния от точки до плоскости.

Нахождение расстояния от точки до плоскости координатным методом.

Теорема о существовании и единственности общего перпендикуляра скрещивающихся прямых. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми.

Решение задач по теме нахождение расстояний в многогранниках.

Решение задач повышенной сложности.

**Тема 4. Углы и многогранники в задачах (7 часов).**

Нахождение угла между двумя плоскостями.

Нахождение угла между двумя плоскостями координатным методом.

Нахождение угла между прямой и плоскостью.

Нахождение угла между прямой и плоскостью координатным методом.

Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

Решение задач на нахождение углов в многогранниках.

Решение задач повышенной сложности.

**Тема 5. Многогранники (5 часа).**

Тетраэдр. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Усеченная пирамида. Их сечения плоскостью.

Вычисление площади поверхности многогранника и объема пространственной фигуры.

Решение задач на нахождение площади поверхности многогранника.

Решение задач на нахождение объемов многогранника.

Решение задач повышенной сложности.

**Тема 6. Тела и поверхности вращения (5 часа).**

Цилиндр, конус, шар и сфера. Основания, высота, образующая, развертка.

Вычисление площади поверхности и объема фигур, определение отношений объемов тел вращения.

Решение задач на нахождение площади поверхности тел вращения.

Решение задач на нахождение объемов тел вращения.

Решение задач повышенной сложности.

**Тема 7. Решение задач повышенной сложности из сборников по подготовки к ЕГЭ (2 часа)****Календарно – тематическое планирование**

№	Содержание материала	Количество часов	№ кодификатора	Форма проведения	Форма контроля	Дата занятия
<b>Тема 1. Обобщение курса планиметрии (4 часа).</b>						
1.	Многоугольники, основные свойства медиан, биссектрис, высот в равнобедренных, равносторонних, прямоугольных треугольниках, формулы площадей многоугольников, вписанные и описанные многоугольники и окружности, теоремы о касательной и окружности, о четырехугольниках и окружностях.	1	5.1 5.5.5	Лекция Исследования Дискуссии	Практикум Тест	
2	Решение опорных задач планиметрии	1	7.1-7.5, 5.1	Практикум Дискуссии	Зачет	
3	Решение опорных задач планиметрии	1	7.1-7.5, 5.1	Практикум	К/р	
4	Решение задач координатно-векторным способом.	1	7.6, 5.6	Практикум	С/р	
<b>Тема 2. Параллельность и перпендикулярность в пространстве (3 часа).</b>						
5	Изображение пространственных фигур на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве, их взаимное	1	5.2	Семинар Исследования	Практикум Тест	

	расположение в пространстве.					
6	Угол между скрещивающимися прямыми, угол между прямой и плоскостью.	1	5.2	Семинар Исследования	Практикум С/р	
7	Расстояние и углы в пространстве	1	5.2	Практикум	С/р	
<b>Тема 3. Расстояния и многогранники в задачах (8 часов).</b>						
8	Нахождение расстояния от точки до прямой.	1	5.5.4	Практикум	С/р	
9	Нахождение расстояния от точки до прямой координатным методом.	1	5.5.4	Семинар	Тест	
10	Нахождение расстояния от точки до плоскости	1	5.5.4	Практикум	С/р	
11	Нахождение расстояния от точки до плоскости координатным методом.	1	5.5.4	Семинар	Тест	
12	Теорема о существовании и единственности общего перпендикуляра скрещивающихся прямых. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых	1	5.5.4	Беседа Исследование	С/р	
13	Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми.	1	5.5.4	Семинар	Тест	
14	Решение задач по теме нахождение расстояний в многогранниках			Исследование	К/р	
15	Решение задач повышенной сложности	1	5.5.4	Исследование	Практикум	
<b>Тема 4. Углы и многогранники в задачах (7 часов).</b>						
16	Нахождение угла между двумя плоскостями.	1	5.5.2	Семинар	Тест	
17	Нахождение угла между двумя плоскостями координатным методом.	1	5.5.2	Беседа Исследование	С/р	
18	Нахождение угла между прямой и плоскостью.	1	5.5.2	Семинар	Тест	
19	Нахождение угла между прямой и плоскостью координатным методом.	1	5.5.2	Беседа Исследование	С/р	
20	Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.	1	5.5.2	Семинар	С/р	
21	Решение задач на нахождение углов в многогранниках	1	5.5.2	Практикум	К/р	
22	Решение задач повышенной сложности	1	5.5.2	Практикум	С/р	
<b>Тема 5. Многогранники (5 часа).</b>						
23	Тетраэдр. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Усеченная пирамида. Их сечения плоскостью.	1	5.3	Лекция. Беседа Исследования	Творческие раб. тест	
24	Вычисление площади поверхности многогранника и объема пространственной фигуры.	1	5.3, 5.5.7	Семинар Исследования	Практикум С/р	

25	Решение задач на нахождение площади поверхности многогранника	1	5.3 5.5.6	Исследования	К/р	
26	Решение задач на нахождение объемов многогранника	1	5.3, 5.5.7	Беседа	тест	
27	Решение задач повышенной сложности	1	5.3, 5.5.7	Исследования	С/р	
<b>Тема 6. Тела и поверхности вращения (5 часа).</b>						
28	Цилиндр, конус, шар и сфера. Основания, высота, образующая, развертка.	1	5.4	Лекция	Тест	
29	Вычисление площади поверхности и объема фигур, определение отношений объемов тел вращения.	1	5.4, 5.5.7.	Семинар Исследования	Зачет	
30	Решение задач на нахождение площади поверхности и объемов тел вращения	1	5.4, 5.5.6.	Практикум	К/р	
31	Решение задач на нахождение объемов тел вращения.	1	5.4, 5.5.7	Беседа	Тест	
32	Решение задач повышенной сложности	1	5.4, 5.5.7	Исследования	С/р	
<b>Тема 7. Решение задач повышенной сложности из сборников по подготовки к ЕГЭ</b>						
33	Решение задач повышенной сложности из сборников по подготовки к ЕГЭ	1	5.1-5.6 7.1-7.6	конференция	Защита проекта	
34	Решение задач повышенной сложности из сборников по подготовки к ЕГЭ	1	5.1-5.6 7.1-7.6	конференция	Защита проекта	

### Примерные задачи для самостоятельной работы

#### Тема 1. Обобщение курса планиметрии

1. Точка С – середина отрезка АВ, точка М – середина отрезка ВС, а точка В – середина отрезка АК. Сколько процентов длина отрезка КМ составляет от длины отрезка АК?
2. Отрезки А, С, К, В лежат на одной прямой, причем АВ=22, АС=11, КВ=7. Найдите наименьшую длину отрезка СК.
4. Периметр равнобедренного треугольника АКС равен 143 см, а АК : АС = 5 : 3. Найдите все возможные значения длины отрезка АС.
5. Диагонали РН и ВС выпуклого четырехугольника ВРСН пересекаются под прямым углом. Найдите расстояние между серединами сторон РС и ВН равно 7 м.
6. Точка К лежит на основании АС равнобедренного треугольника АВС. Найдите площадь этого треугольника, если длина его боковых сторон АВ и ВС равны 11, а расстояния от точки М до этих сторон равны соответственно 3 и 7.
7. В треугольнике АВС известны длины сторон: АВ=4 , АС=5 ; ВС=6 . Найдите расстояние от вершины В до точки пересечения высот треугольника АВС.
8. Около окружности с радиусом 5 описана равнобедренная трапеция. Расстояние между точками касания ее боковых сторон равно 8. Найдите площадь трапеции.



Ответы: 1. 62,5%; 2. 4; 3. 33 см и 39 см; 4. 7 м; 5. 55; 6. 9; 7. 125.

### Тема 3. Расстояния и многогранники в задачах

1. Точка  $H$  – середина ребра  $PB$  правильного тетраэдра  $PABC$ . Опустите перпендикуляры из точки  $H$ : а) на прямую  $AC$ ; б) на высоту  $PO$  тетраэдра,  $O$  ( $ABC$ ). Найдите длину каждого перпендикуляра, если ребро тетраэдра равно 2. Ответ: а) 2; б) .

2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите расстояние до прямой  $BD$  от вершин: а)  $B_1$ ; б)  $A$ ; в)  $A_1$ ; г)  $C_1$ , если ребро куба равно 6. Ответ: а) 6; б) 3 ; в) 3 ; г) 3 .

3. Точка  $H$  – середина ребра  $PB$  правильного тетраэдра  $PABC$ . Опустите перпендикуляр из точки  $H$  на плоскость  $ABC$  и найдите длину этого перпендикуляра, если ребро тетраэдра равно 2. Ответ: 2.

### Контрольная работа

#### Вариант №1

1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите расстояние до  $AB_1$  от вершин: а)  $C_1$ ; б)  $B$ ; в)  $C$ , если ребро куба равно 8. Ответ: а) 8; б) 4 ; в) 4 .

2.  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: 1) между вершинами  $A$  и  $C$ ; 2) между вершиной  $A$  и серединой  $H$  отрезка  $C_1 E_1$ . Ответ: 1) ; 2) .

3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите расстояние до  $A_1 B C_1$  от вершин: а)  $B_1$ ; б)  $D_1$ ; в)  $D$ , если ребро куба равно 9. Ответ: а) 3 б) 3 ; в) 6 .

4.  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: от точки  $B$  до плоскости  $A_1 E F$ . Ответ: .

5.  $PABC$  – правильный тетраэдр с ребром, равным 22. Найдите расстояние между прямыми:  $AC$  и  $BP$ . Ответ: 11 .

#### Вариант №2

1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите расстояние до  $BD_1$  от вершин: а)  $A_1$ ; б)  $D$ ; в)  $C_1$ , если ребро куба равно 8. Ответ: а) ; б) ; в) .

2.  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: 1) между вершинами  $A$  и  $C_1$ ; 2) между вершиной  $A$  и серединой  $K$  отрезка  $B_1 F_1$ . Ответ: 1) 2; 2) .

3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите расстояние до  $AB_1 C$  от вершин: а)  $B$ ; б)  $C_1$ ; в)  $D_1$ , если ребро куба равно 6. Ответ: а) 2 б) 2 ; в) 4 .

5.  $PABC$  – правильный тетраэдр с ребром, равным 22. Найдите расстояние между прямыми:  $AP$  и  $BC$ . Ответ: 11 .

6.  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние между прямыми  $A_1 B$  и  $C_1 D$ . Ответ: .

#### Тема 4. Углы и многогранники в задачах

Задачи для контрольной работы:

1. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ADD_1$  и  $CDD_1$ .
2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $AB_1C_1$ .
3. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDD_1$ .
4. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $BDD_1$ .
5. В кубе  $A...D_1$  найдите тангенс угла между плоскостями  $A_1B_1C_1$  и  $BDC_1$ .
6. В кубе  $A...D_1$  найдите косинус угла между плоскостями  $BDA_1$  и  $BDC_1$ .
7. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $BCD_1$  и  $ACC_1$ .
8. Найдите углы между прямыми:

#### Литература:

1. Атанасян Л.С «Геометрия 10-11», учебник для общеобразовательных учреждений, - М, «Просвещение», 2010г.
2. И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. Расстояния и углы в пространстве. «Экзамен», Москва, 2011.
3. И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. Сечения многогранников. «Экзамен», Москва, 2011.
4. В.А. Смирнов. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Москва. Издательство МЦНМО, 2011.
5. В.С. Панферов, И.Н. Сергеев. Отличник. ЕГЭ. Решение сложных задач. « Интеллект-Центр», 2010.
6. Варшавский, И.К. Стереометрия на едином государственном экзамене. / И.К.Варшавский, М.Я. Гаиашвили, Ю.А. Глазков // Математика в школе – 2006. - №4 – С. 2-7.
7. Потоскуев Е.В. Решение задач по стереометрии. Практикум. Подготовка к ЕГЭ. – М.: Илекса, 2012. – 108 с.
8. Смирнов В.А. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011. – 64 с.
9. В.А.Далингер «Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии», Омск, 2003.
10. А.П.Ершова, В.В. Голобородько. Самостоятельные и контрольные работы по геометрии для 10 класса. Разноуровневые дидактические материалы. – М.: Илекса, 2011г.
11. Саакян С.М. «Изучение геометрии в 10-11 классе, книга для учителя, - М, Просвещение, 2012.
12. Смирнов В.А. Стереометрия: пособие для подготовки к ЕГЭ/ Под ред. И.В. Яценко и А.В. Семёнова. – М.: МЦНМО, 2013-2015
13. Глазков Ю.А., Боженкова Л.И. Тесты к учебнику Л.С.Атанасяна, М, Экзамен, 2014
14. Зив Б.Г. «Дидактические материалы по геометрии для 10 класса», - М, «Просвещение», 2011.